# Лабораторная работа №3

# Вычисление функций с использованием их разложения в степенной ряд

## Цель работы.

Практика в организации итерационных и арифметических циклов.

## 3.1. Теоретические сведения.

Действительная функция f(x) называется аналитической в точке , если в некоторой окрестности x-<R этой точки функция разлагается в степенной ряд (ряд Тейлора):

 (1)

При =0 получаем ряд Маклорена:

 (2)

Разность  (3)

называется остаточным членом и представляет собой ошибку при замене функции f(x) полиномом Тейлора.

Для ряда Маклорена

 где 0<<1. (4)

Таким образом, вычисление значения функции можно свести к вычислению суммы числового ряда

а1+а2+ . . . +an+ . . . . (5)

Известно, что числовой ряд называется сходящимся, если существует предел последовательности его частных сумм:

, (6)

где Sn= а1+а2+ . . . +an+ . . . .

Число S называется суммой ряда.

Из формулы (13) получаем S=Sn+Rn ,

где Rn - остаток ряда, причем R0 при n.

Для нахождения суммы S сходящегося ряда (5) с заданной точностью  нужно выбрать число слагаемых n столь большим, чтобы имело место неравенство

Rn<.

Тогда частная сумма Sn приближенно может быть принята за точную сумму S ряда (5).

Приближенно n выбрать так, чтобы имело место неравенство

Sn+1-Sn< или an<.

Задача сводится к замене функции степенным рядом и нахождению суммы некоторого количества слагаемых при различных параметрах суммирования х . Каждое слагаемое суммы зависит от параметра х и номера n, определяющего место этого слагаемого в сумме.

Обычно формула общего члена суммы принадлежит одному из следующих трех типов:

а) ; ; ;

б); ; ;

в); ; .

В случае а) для вычисления члена суммы аn целесообразно использовать рекуррентные соотношения, т. е. выражать последующий член суммы через предыдущий: an+1=(x, n)an. Это позволит существенно сократить объем вычислительной работы. Кроме того, вычисление члена суммы по общей формуле в ряде случаев невозможно (например из-за наличия n!).

В случае б) применение рекуррентных соотношений нецелесообразно. Вычисления будут наиболее эффективными, если каждый член суммы вычислять по общей формуле an=(x, n).

В случае в) член суммы целесообразно представить в виде двух сомножителей, один из которых вычисляется по рекуррентному соотношению, а другой непосредственно an=(x, n)\*сn(x,n), где сn=cn-1(x,n).

## 3.2. Постановка задачи.

Для х изменяющегося от a до b с шагом (b-a)/k, где ( ), вычислить функцию f(x), используя ее разложение в степенной ряд в двух случаях:

а) для заданного n;

б) для заданной точности  (=0.0001).

Для сравнения найти точное значение функции.

## 3.3. Методические указания.

Алгоритм решения задачи сводится к трем циклам, причем два из них вложены в третий. Внутренние циклы суммируют слагаемые при фиксированном параметре x, один (арифметический для заданного n), другой (итерационный для заданной точности . При организации этих циклов следует обратить внимание на правильный выбор формулы для вычисления элемента ряда an и правильное присвоение начальных значений переменным цикла. Внешний цикл организует изменение параметра х.

Результаты расчетов отпечатать в следующем виде:

Вычисление функции

X=...... SN=...... SE=..... Y=......

X=...... SN=...... SE=..... Y=......

..........

X=...... SN=...... SE=..... Y=......

Здесь X- значение параметра; SN- значение суммы для заданного n; SE- значение суммы для заданной точности; Y-точное значение функции.

## 3.4. Варианты

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | функция | Диапазон  Изменения аргумента | n | сумма |
| 1 |  |  | 10 |  |
| 2 |  |  | 40 |  |
| 3 |  |  | 10 |  |
| 4 |  |  | 10 |  |
| 5 |  |  | 15 |  |
| 6 |  |  | 25 |  |
| 7 |  |  | 10 |  |
| 8 |  |  | 40 |  |
| 9 |  |  | 3 |  |
| 10 |  |  | 20 |  |
| 11 |  |  | 10 |  |
| 12 |  |  | 35 |  |
| 13 |  |  | 10 |  |
| 14 |  |  | 20 |  |
| 15 |  |  | 30 |  |
| 16 |  |  | 40 |  |
| 17 |  |  | 10 |  |
| 18 |  |  | 50 |  |
| 19 |  |  | 20 |  |
| 20 |  |  | 30 |  |
| 21 |  |  | 40 |  |
| 22 |  |  | 35 |  |
| 23 |  |  | 15 |  |
| 24 |  |  | 40 |  |
| 25 |  |  | 20 |  |
| 26 |  |  | 25 |  |
| 27 |  |  | 10 |  |
| 28 |  |  | 40 |  |
| 29 |  |  | 3 |  |
| 30 |  |  | 20 |  |

## 3.5. Содержание отчета:

1. Постановка задачи (общая и конкретного варианта).
2. Алгоритм программы.
3. Текст программы.
4. Результаты работы программы (10 точек, для каждой 3 результата: y, SN, SE).